ЛЕКЦИИ МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКОЛЫ «KAZCAS-16»

Ю.Г. Игнатьев

Макроскопические уравнения Эйнштейна для космологической модели с λ-членом

Казань, Казанский федеральный университет, 5–7 ноября 2016

УДК 530.12+531.51

МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА ДЛЯ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С λ-ЧЛЕНОМ

Ю.Г. Игнатьев[1]

1 *ignatev_yu@rambler.ru*; Казанский федеральный университет

Усреднением уравнений Эйнштейна по поперечным гравитационным возмущениям во втором порядке получена замкнутая система двух обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих макроскопическую космологическую эволюцию изотропной пространственно плоской Вселенной, заполненной гравитационным излучением. Найдено асимптотическое решение линейного эволюционного уравнения для амплитуды гравитационных возмущений, подстановкой которого в уравнение Эйнштейна, усредненного по гравитационным возмущениям, получено одиночное эволюционное нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно макроскопического масштабного фактора. Найдено решение эволюционного уравнения для масштабного фактора в WKB-приближении, которое аналитически описывает процесс перехода от ультрарелятивистского режима космологического расширения на инфляционный.

Ключевые слова: макроскопические уравнения Эйцнштейна, поперечные гравитационные возмущения, эволюционные уравнения, инфляция.

1. Гравитационные возмущения изотропной Вселенной

Впервые гравитационные возмущения однородной изотропной Вселенной были введены, классифицированы и исследованы в пионерской работе E.M. Lifshitz, 1946 [1] (см., например, известную монографию Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [2]). В классических работах R.A. Isaakson, 1968 [3, 4] был изложен подход к построению макроскопической теории гравитации, основанный на усреднении микроскопических (коротковолновых) флуктуации метрики. В ряде работ Автора 1985-1991 (см., например, обзор [5], 2007) разрабатывалась статистическая теория гравитационного взаимодействия, основанная на объединении идей работ R.A. Isaakson и N.N. Bogolyubov. В частности, в работе [6] эти идеи были реализованы для динамического вывода кинетического уравнения для фотонов на фоне локально флуктуирующей, но макроскопически однородной и изотропной Вселенной. В настоящей работе мы реализуем эти идеи для случая макроскопически плоской Вселенной, описываемой уравнениями Эйнштейна с космологическим членом, предполагая, что единственным видом материи в этой Вселенной являются гравитационные волны,т.е., поперечные бесследовые гравитационные возмущения. Как хорошо известно, в отсутствие этих возмущений Вселенная описывается решением де-Ситтера, или в синхронной системе координат - инфляционным решением. Поэтому весьма интересным является не только процесс получения замкнутых эволюционных уравнений, описывающих макроскопическую Вселенную, но и исследование поведения такой динамически обоснованной, макроскопической модели.

1.1. Усреднение уравнений Эйнштейна

Согласно общему подходу к процедуре получения макроскопических уравнений [5] представим метрику пространства-времени в виде:

$$g_{ik} = g^{(0)}_{ik} + \delta g_{ik}, \quad \delta g_{ik} \sim \epsilon g_{ik} \tag{1}$$

где $\epsilon \ll 1$ и $g^{(0)}_{ik}$ - макроскопическая метрика пространства-времени, полученная с помощью некоторой операции усреднения:

$$g^{(0)}_{ik} \equiv \overline{g_{ik}}, \tag{2}$$

так что:

$$\overline{\delta g_{ik}} \equiv 0. \tag{3}$$

Предполагая операцию усреднения независимой от координат, потребуем также равными нулю и средние от всех производных возмущений:

$$\overline{\partial_j \delta g_{ik}} = 0; \quad \overline{\partial_{jl} \delta g_{ik}} = 0. \tag{4}$$

Рассмотрим уравнения Эйнштейна с космологическим членом[1]:

$$G_{ik} - \lambda g_{ik} = 0, \tag{5}$$

где $G_{ik} = R_{ik} - 1/2 R g_{ik}$ - тензор Эйнштейна.

Запишем далее уравнения Эйнштейна с космологическим членом во втором приближении по гравитационном возмущениям:

$$G^{(0)}_{ik} + G^{(1)}_{ik} + G^{(2)}_{ik} = \lambda g_{ik}, \tag{6}$$

где $G^{(0)}_{ik} = G_{ik} g^{(0)}_{ik}$, $G^{(1)}_{ik} = \mathrm{Lin}[G_{ik}(\delta g_{ik})] \sim \epsilon G^{(0)}_{ik}$, $G^{(2)}_{ik} = \mathrm{Lin}[G_{ik}(\delta^2 g_{ik})] \sim \epsilon^2 G^{(0)}_{ik}$. и усредним эти уравнения, учитывая соотношения (3), (4): Таким образом, мы получим макроскопические уравнения Эйнштейна во втором порядке по возмущениям гравитационного поля:

$$G^{(0)}_{ik} = -\overline{G^{(2)}_{ik}} + \lambda g^{(0)}_{ik}, \tag{7}$$

согласно которым поправки второго порядка можно рассматривать как тензор энергии-импульса гравитационных возмущений[2]:

$$T_{ik} = -\frac{1}{8\pi} \overline{G^{(2)}_{ik}}. \tag{8}$$

1.2. Поперечные возмущения пространственно плоской изотропной Вселенной

Метрику с монохроматическими поперечными гравитационными возмущениями пространственно плоской изотропной Вселенной запишем в виде (см., например, [2]):

$$ds_0^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2); \tag{9}$$

$$ds^2 = ds_0^2 + a^2(\eta) h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta; \tag{10}$$

$$h_{\alpha\beta} = e_{\alpha\beta} S(\eta) \mathrm{e}^{i\mathbf{nr}}, \tag{11}$$

1 В этой статье тензор Риччи определен сверткой тензора кривизны по первому и третьему индексам, сигнатура метрики $(---+)$.

2 Это положение является одним из основных положений теории R.A. Isaakson [3, 4]

где $S(\eta)$ - амплитуда гравитационных волн. Таким образом,

$$g^{(0)}_{ik} = a^2(\eta)\mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \tag{12}$$

$$\delta g_{4\alpha} = 0; \quad \delta g_{\alpha\beta} = a^2(\eta) h_{\alpha\beta}. \tag{13}$$

Далее:

$$h^\alpha_\beta = h_{\gamma\beta} g_0^{\alpha\gamma} \equiv -\frac{1}{a^2} h_{\alpha\beta}; \tag{14}$$

$$h \equiv h^\alpha_\alpha \equiv g_0^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta} \equiv -\frac{1}{a^2}(h_{11} + h_{22} + h_{33}), \tag{15}$$

причем для поперечных возмущений:

$$h^\alpha_\beta n_\alpha = 0; \tag{16}$$

$$h = 0. \tag{17}$$

Вследствие (17) в линейном по h приближении:

$$\sqrt{-g} \approx \sqrt{-g_0} = a^4. \tag{18}$$

по всем направлениям волнового вектора $\mathbf{n}$[3]

1.3. Усреднение возмущений по направлению волнового вектора

Таким образом, будем разлагать в ряд тензор Эйнштейна по малости амплитуды гравитационных волн $S(\eta)$. При этом, пользуясь изотропией невозмущенной метрики, удобно ввести локальную систему координат, в которой:

$$\mathbf{n} = n(0,0,1); \quad \mathbf{s} = (1,0,0), \tag{19}$$

где $\mathbf{s}$ - единичный вектор поляризации поперечных возмущений. В этой системе координат

$$h_{12} = 0;\ h_{11} = -h_{22} = S(\eta)\mathrm{e}^{inz}, \tag{20}$$

В произвольной декартовой системе координат трехмерного евклидова пространства E_3 тензор поляризации e_{ik} формулы (15) имеет вид:

$$e_{\alpha\beta} = 2s_\alpha s_\beta + \frac{n_\alpha n_\beta}{n^2} - \delta_{\alpha\beta}, \tag{21}$$

$$\mathbf{s}^2 = 1; \quad \mathbf{sn} = 0, \quad \mathbf{n}^2 = n^2. \tag{22}$$

Легко проверить, что при этом автоматически выполняется калибровочное условие (16).

Заметим, что на фоне однородного изотропного пространства операция усреднения по направлениям сводится к вычислению интеграла по двумерной сфере радиуса n:

$$\overline{\phi(n,\mathbf{r})} = \frac{1}{4\pi}\int \phi(\mathbf{n},\mathbf{r}) d\Omega_n. \tag{23}$$

Таким образом, согласно (3), (4) имеем:

$$\overline{h_{\alpha\beta}} = 0; \quad \overline{n_\gamma h_{\alpha\beta}} = 0; \ldots \tag{24}$$

---

3 Можно было бы также усреднить и по всем длинам волновых векторов, но эта операция не дает дополнительной информации. О процедуре усреднения и получения макроскопических уравнений Эйнштейна см. [5, 7].

1.4. Нулевое приближение

Разлагая тензор Эйнштейна по возмущениям метрики, в нулевом приближении получим известные выражения:

$$G_{11}^{(0)} = G_{22}^{(0)} = G_{33}^{(0)} = 2\frac{a''}{a} - \frac{a'^2}{a^2}; \tag{25}$$

$$G_{44}^{(0)} = 3\frac{a'^2}{a^2}. \tag{26}$$

Таким образом, в нулевом по гравитационным возмущениям приближении мы получили бы стандартное уравнение Эйнштейна с λ - членом

$$\frac{a''}{a^4} = \frac{1}{3}\lambda \tag{27}$$

и его инфляционное решение:

$$a = -\frac{1}{\eta}\sqrt{\frac{3}{\lambda}}. \tag{28}$$

1.5. Уравнение для амплитуды гравитационных волн

В линейном по S приближении получим единственные нетривиальные компоненты:

$$G_{11}^{(1)} = -G_{22}^{(1)} \equiv \delta G = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{i\mathbf{nz}}\left[S'' + 2\frac{a'}{a}S' + S\left(n^2 + 2\frac{a'^2}{a^2} - 4\frac{a''}{a}\right)\right]. \tag{29}$$

Ковариантно обобщая результат в E_3, запишем:

$$G_{\alpha\beta}^{(1)} = (\delta_{\alpha\beta} - 2s_\alpha s_\beta)\delta G. \tag{30}$$

Подставляя выражение (29) в уравнения Эйнштейна (5), получим уравнение для амплитуды поперечных возмущений:

$$S'' + 2\frac{a'}{a}S' + S\left(n^2 + 2\frac{a'^2}{a^2} - 4\frac{a''}{a} + \lambda a^2\right) = 0. \tag{31}$$

Это уравнение с учетом соотношений (25) можно записать в более простом виде:

$$S'' + \frac{2}{\eta}S' + (n^2 - 2G_{11}^{(0)} + \lambda a^2)S = 0. \tag{32}$$

В частности, при подстановке сюда инфляционного решения нулевого приближения уравнений Эйнштейна (28) уравнение (32) сводится к следующему:

$$S'' - 2\frac{S'}{\eta} + S\left(n^2 - \frac{3}{\lambda\eta^2}\right) = 0, \tag{33}$$

которое имеет своим решением:

$$S = C_1\eta^{3/2}\mathrm{J}_\mu(n\eta) + C_1\eta^{3/2}\mathrm{Y}_\mu(n\eta), \tag{34}$$

$$\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{3+4/\lambda}. \tag{35}$$

В частности, вблизи космологической сингулярности нулевого приближения $\eta \to -\infty$, стало быть, и $|\mathbf{n}\eta| \to \infty$ уравнение (32) сводится к уравнению колебаний:

$$S'' + n^2 S = 0, \tag{36}$$

имеющему своим решением обычные ВКБ-решения:

$$S = C_1 e^{in\eta} + C_2 e^{-in\eta}, \tag{37}$$

которые, кстати, можно получить и из точного решения (34) в этом пределе.

1.6. Второе приближение

Вычисляя тензор Эйнштейна второг приближения, получим его нетривиальные компоненты:

$$G^{(2)}_{11} = G^{(2)}_{22} = \mathrm{e}^{2inz}\Big(\frac{5}{4}S^2n^2 + SS'' + \frac{1}{4}S'^2 + 2\frac{a'}{a}SS'\Big), \tag{38}$$

$$G^{(2)}_{33} = \mathrm{e}^{2inz}\Big(\frac{1}{4}S^2n^2 + SS'' + \frac{3}{4}S'^2 + 2\frac{a'}{a}SS'\Big), \tag{39}$$

$$G^{(2)}_{44} = -\mathrm{e}^{2inz}\Big(\frac{7}{4}S^2n^2 + \frac{1}{4}S'^2 + 2\frac{a'}{a}SS'\Big). \tag{40}$$

Ковариантно обобщая результат в E_3, запишем:

$$G^{(2)}_{\alpha\beta} = \mathrm{e}^{2i\mathbf{nr}}\big(U\delta_{\alpha\beta} - V\frac{n_\alpha n_\beta}{n^2}\big), \tag{41}$$

где

$$U = \frac{5}{4}S^2n^2 + SS'' + \frac{1}{4}S'^2 + 2\frac{a'}{a}SS'; \tag{42}$$

$$V = S^2n^2 - \frac{1}{2}S'^2. \tag{43}$$

Усредняя (41) по направлениям распространения возмущений с учетом очевидного равенства

$$\overline{n_\alpha n_\beta} \equiv \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}n^2, \tag{44}$$

получим для усредненных компонент $G^{(2)}_{ik}$ следующее выражение:

$$\overline{G^{(2)}_{ik}} = 8\pi(\mathscr{E} + \mathscr{P})u_iu_k - 8\pi\mathscr{P}g_{ik}, \tag{45}$$

где u^i - времениподобный вектор скорости наблюдателя, а $\mathscr{E}$ и $\mathscr{P}$ - плотность энергии и давление поперечных гравитационных возмущений:

$$\mathscr{E} = \frac{1}{8\pi a^2}\Big(\frac{7}{4}S^2n^2 + \frac{1}{4}S'^2 - 2\frac{a'}{a}SS'\Big) \tag{46}$$

$$\mathscr{P} = -\frac{1}{8\pi a^2}\Big(\frac{11}{12}S^2n^2 + \frac{5}{12}S'^2 + 2SS'\frac{a'}{a} + SS''\Big) \tag{47}$$

В частности, для ВКБ-решения (37) эти формулы приводят к эффективному ультрарелятивистскому уравнению состояния:

$$\mathscr{E} \approx \frac{3}{16\pi a^2} S^2 n^2; \tag{48}$$

$$\mathscr{P} \approx \frac{1}{16\pi a^2} S^2 n^2 = \frac{1}{3}\mathscr{E}. \tag{49}$$

2. Макроскопические уравнения Эйнштейна второго порядка по гравитационным возмущениям для изотропной пространственно плоской Вселенной

2.1. Эволюционные уравнения

Объединяя полученные результаты в рамках уравнений (6) и (7), получим самосогласованную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих космологическую эволюцию пространственно плоской макроскопической Вселенной с учетом поперечных гравитационных возмущений:

$$S'' + 2\frac{a'}{a}S' + S\left(n^2 + 2\frac{a'^2}{a^2} - 4\frac{a''}{a} + 2\lambda a^2\right) = 0; \tag{50}$$

$$3\frac{a'^2}{a^2} = \frac{7}{4}S^2 n^2 + \frac{1}{4}S'^2 + 2\frac{a'}{a}SS' + \lambda a^2. \tag{51}$$

При этом уравнение (50) описывает космологическую эволюцию скалярной амплитуды $S(\eta)$ гравитационных возмущений, а уравнение (51) описывает космологическую эволюцию масштабного фактора $a(\eta)$. При этом эволюционное уравнение для гравитационных возмущений является линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка относительно амплитуды этих возмущений.

Заметим, что если вместо монохроматичных возмущений (11) имеется спектр возмущений:

$$h_{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e_{\alpha\beta}(\mathbf{n}) \left[S_n(\eta)\mathrm{e}^{-i\mathbf{nr}} + S_n^*(\eta)\mathrm{e}^{-i\mathbf{nr}}\right] d^3\mathbf{n}, \tag{52}$$

то в в эволюционном уравнении для возмущений (50) необходимо сделать замену $S \to S_n$, а в эволюционном уравнении для масштабного фактора (51) необходимо использовать выражения для средних:

$$n^2 S^2 \to \overline{n^2 S^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty S_n S_n^* n^2 dn; \tag{53}$$

$$S'^2 \to \overline{S'^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty S'_n S_n^{*\prime} dn; \tag{54}$$

$$S'S \to \overline{S'S} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{1}{2}(S'_n S_n^* + S_n S_n^{*\prime}) dn. \tag{55}$$

2.2. Асимптотическое решение эволюционного уравнения для возмущений

Заметим, что с помощью масштабного преобразования амплитуды S

$$S = \frac{\phi}{a} \tag{56}$$

в уравнении (50) можно избавиться от первой производной:

$$\phi'' + Q(n,\eta)\phi = 0, \tag{57}$$

где

$$Q(n,\eta) = n^2 + 2\frac{a'^2}{a^2} - 5\frac{a''}{a} + 2\lambda a^2. \tag{58}$$

Рассмотрим асимптотику решений этого уравнения, полагая

$$n \gg 1; \quad Q(n,\eta) > 0. \tag{59}$$

Используя теорему [8] об асимптотическом решении уравнения (57), запишем его асимптотические независимые решения:

$$\phi(\eta) \sim Q(n,\eta)^{-1/4}\exp\Big\{\pm i\int\limits_{\eta_0}^{\eta}\sqrt{Q(n,\eta')}d\eta'\Big\} \equiv Q(n,\eta)^{-1/4}\mathrm{e}^{\pm i\Phi(n,\eta)}, \tag{60}$$

а также асимптотические значения производных (с учетом уравнения (58)):

$$\phi'(\eta) \sim \pm iQ(n,\eta)^{1/4}\exp\Big\{\pm i\int\limits_{\eta_0}^{\eta}\sqrt{Q(n,\eta')}d\eta'\Big\} \equiv \pm iQ(n,\eta)^{1/4}\mathrm{e}^{\pm i\Phi(n,\eta)}; \tag{61}$$

$$\phi''(\eta) \sim -Q(n,\eta)^{3/4}\exp\Big\{\pm i\int\limits_{\eta_0}^{\eta}\sqrt{Q(n,\eta')}d\eta'\Big\} \equiv -Q(n,\eta)^{3/4}\mathrm{e}^{\pm i\Phi(n,\eta)}. \tag{62}$$

В дальнейшем в эволюционном уравнении для макроскопического масштабного фактора (51) нам понадобятся значения квадратов амплитуд S и их производных. Для этого нам необходимо вычислить вещественную часть соответствующих величин и кроме того, учитывая случайный характер фазы колебаний, усреднить полученные величины по этой фазе. Поступая таким образом, найдем:

$$\begin{aligned} \phi^2 &\to \frac{1}{2}|\phi_0|^2 Q(n,\eta)^{-1/2};\\ \phi'^2 &\to -\frac{1}{2}|\phi_0|^2 Q(n,\eta)^{1/2};\\ \phi\phi' &\to 0. \end{aligned} \tag{63}$$

Учитывая теперь соотношение (56), получим окончательно асимптотические выражения для средних квадратов амплитуд S:

$$\begin{aligned} S^2 &\to \frac{1}{2}\frac{S_0^2}{a^2(\eta)\sqrt{Q(n,\eta)}};\\ SS' &\to -\frac{1}{2}\frac{S_0^2}{a^2(\eta)\sqrt{Q(n,\eta)}}\frac{a'}{a},\\ S'^2 &\to -\frac{S_0^2}{2}\frac{\sqrt{Q(n,\eta)}}{a^2} + \frac{S_0^2}{2}\frac{a'^2}{a^4(\eta)\sqrt{Q(n,\eta)}}. \end{aligned} \tag{64}$$

где S_0 - вещественная константа.

Подставляя эти выражения в уравнение эволюции маштабного фактора (51), получим окончательно макроскопическое уравнение эволюции в асимптотическом приближении:

$$3\frac{a'^2}{a^4} - \lambda = \frac{S_0^2}{a^4}\Big(\frac{7}{8}\frac{n^2}{\sqrt{Q(n,\eta)}} - \frac{1}{8}\sqrt{Q(n,\eta)} + \frac{7}{8}\frac{a'^2}{a^2}\frac{1}{\sqrt{Q(n,\eta)}}\Big). \tag{65}$$

Таким образом, мы получили замкнутое обыкновенное существенно нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка[4], асимптотически точно описывающее макроскопическую космологическую эволюцию Вселенной, заполненной слабыми поперечными гравитационными возмущениями. В принципе, это уравнение можно исследовать методами качественной теории дифференциальных уравнений. К этому вопросу мы намерены вернуться в дальнейших публикациях. Пока же рассмотрим ВКБ-приближение уравнения (65).

2.3. ВКБ-решение эволюционного уравнения для масштабного фактора

Рассмотрим теперь следующее ВКБ-приближение эволюционных уравнений:

$$n \gg \frac{a'}{a}; \quad n^2 \gg \frac{a''}{a} \Rightarrow n\eta \gg 1. \tag{66}$$

В этом приближении

$$Q(n,\eta) \approx n^2, \tag{67}$$

уравнение (65) примет предельно простой вид:

$$3\frac{a'^2}{a^4} - \lambda = \frac{3S_0^2 n}{4a^4} \tag{68}$$

Решение этого уравнения можно записать в элементарных функциях, переходя к физическому времени t, так что $ad\eta = dt$. Проводя элементарное интегрирование, получим:

$$a(t) = \Big(\frac{3S_0^2 n}{4\lambda}\Big)^{1/4}\sqrt{\sinh\Big(2\sqrt{\frac{\lambda}{3}}t\Big)}. \tag{69}$$

Решение такого вида было получено ранее Автором (см., например, [9]). Это решение описывает плавный переход с ультрарелятивистской стадии расширения Вселенной на инфляционную стадию при $t > t_c = \sqrt{3/4\lambda}$.

Действительно, при $\to 0$ получим из (69):

$$a(t) \approx (S_0^2 n)^{1/4}\sqrt{t}, \tag{70}$$

а при $t \to \infty$ получим из (69):

$$a(t) \approx \Big(\frac{3S_0^2 n}{32\lambda}\Big)^{1/4} \mathrm{e}^{\sqrt{\lambda/3}\,t}. \tag{71}$$

4 напомним, что функция $Q(n,\eta)$ зависит от a, a', a''

3. Обсуждение результатов

Суммируя результаты статьи, отметим из них наиболее существенные:

1. С помощью процедуры разложения метрики по малым поперечным возмущениям относительно фонового решения Фридмана из уравнений Эйнштейна с λ - членом получены уравнения второго порядка по амплитуде возмущений.

2. Полученные уравнения усреднены по направлениям волнового вектора возмущений.

3. В результате получена замкнутая математическая модель, описывающая космологическую эволюцию Вселенной, заполненной гравитационным излучением. Эта модель состоит из двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, которые мы для краткости называем эволюционными уравнениями.

4. Первое уравнение эволюции амплитуды монохроматической моды гравитационных возмущений является линейным однородным дифференциальным уравнением.

5. Второе эволюционное уравнение описывает эволюцию макроскопического масштабного фактора Вселенной Фридмана. Это уравнение является существенно нелинейным и определяется решениями эволюционного уравнения для амплитуды гравитационных возмущений.

6. Найдено асимптотическое решение эволюционного уравнения для амплитуды гравитационных возмущений.

7. С помощью найденного решения вычислены макроскопические средние квадрата амплитуды возмущений и их производных.

8. В результате получено замкнутое существенно нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее космологическую эволюцию макроскопического масштабного фактора. Параметрами этого уравнения являются энергетический спектр гравитационных возмущений и космологическая постоянная.

9. Найдено WKB-решение этого эволюционного уравнение, аналитически описывающее переход от ультрарелятивистской стадии расширения Вселенной на стадии инфляции.

Таким образом, как отмечалось в работе Автора [10], учет гравитационных возмущений в балансе энергии Вселенной на ее ранних стадиях действительно снимает первичную инфляционную стадию расширения и ставит ее на второе место после ультрарелятивистской стадии.

Заметим, что в недавней работе Chiu Man Ho and Stephen D.H. [11], посвященной квантовой неустойчивости Вселенной де-Ситтера благодаря рождению частиц, получен аналогичный вывод.

В дальнейшем мы намерены, во-первых, исследовать решение эволюционных уравнений численными методами и, во-вторых, построить аналогичную математическую модель, учитывающую другие типы гравитационных возмущений и физических полей.

4. Благодарности

This work was founded by the subsidy allocated to Kazan Federal University for the state assignment in the sphere of scientific activities.

В заключении Автор выражает благодарность членам ВС - семинара по релятивистской кинетике и космологии Казанского федерального университета за полезное обсуждение работы.

Литература

1. Lifshitz E.M. Journal of Experimental and Theoretical Physics. - 1946. - № 16.- P.697.

2. Landau L.D. The Classical Theory of Fields. Pergamon Press / L.D. Landau, E.M. Lifshitz.- Oxford, New York, Toronto, Sydney, Paris, Frankfurt, 1971.

3. Isaakson R.A. Gravitational Radiation in the Limit of High Frequency. I. The Linear Approximation and Geometrical Optics / R.A. Isaakson // Physical Review. - 1966, № 166, 1263.

4. Isaakson R.A. Gravitational Radiation in the Limit of High Frequency. II. Nonlinear Terms and the Effective Stress Tensor/ R.A. Isaakson// Physical Review.- 1966, №166, 1272.

5. Ignat'ev Yu.G. Statistical dynamics of a classical particle ensemble in the gravitational field / Yu.G. Ignat'ev// Gravitation and Cosmology. - 2007. - №13(1). - P. 59-81

6. Ignat'ev Yu.G. Kinetic equations for ultrarelativistic particles in a Robertson-Walker universe and isotropization of RELICT radiation by gravitational interactions / Yu.G. Ignat'ev, A.A. Popov // Astrophysics and Space Science.- 1990, № 163. - P. 153-174

7. Ignatyev Yu.G Relativistic Kinetic Theory of Nonequilibrium Processes in Gravitational Fields / Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev) // Foliant-Press. - 2010. - Access mode: http://rgs.vniims.ru/books/const.pdf.

8. Fedoruk M.V. Ordinary differential equations / M.V. Fedoruk.- Moskow: Lan, 2003.

9. Ignat'ev Yu. G. EXACT KINETIC MODEL OF RESTORATION OF THERMODYNAMIC EQUILIBRIUM IN AN ACCELERATING UNIVERSE / Yu. G. Ignat'ev // Russian Physics Journal.-2013. - №56 (6). - P. 693 - 706.

10. Ignat'ev Yu.G. Instability Model of the Universe with De Sitter Beginning / Yu.G. Ignat'ev.- 2015.- Access mode: https://arxiv.org/abs/1508.05375/.

11. Ho C.M. Instability of Quantum de Sitter Spacetime / C.M. Ho, S.D.H. Hsu. - 2015. - Access mode: https: //arxiv.org/abs/1501.00708/.